



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE ENGENHARIAS
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

NÁDILA REGINA CASSOL

**ANÁLISE AERODINÂMICA DE ASAS ATRAVÉS DA TEORIA DA LINHA
SUSTENTADORA E DO MÉTODO DA MALHA DE VÓRTICES**

MOSSORÓ – RN

2019

NÁDILA REGINA CASSOL

**ANÁLISE AERODINÂMICA DE ASAS ATRAVÉS DA TEORIA DA LINHA
SUSTENTADORA E DO MÉTODO DA MALHA DE VÓRTICES**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido - Campus Mossoró, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharela em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luís Morão Cabral Ferro

MOSSORÓ – RN

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

C343e Cassol, Nádila Regina.
ANÁLISE AERODINÂMICA DE ASAS ATRAVÉS DA
TEORIA DA LINHA SUSTENTADORA E DO MÉTODO DA
MALHA DE VÓRTICES /
Nádila Regina Cassol. - 2019.
51 f. : il.

Orientador: Luís Morão Cabral Ferro.

Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-Árido, Curso de Engenharia Mecânica,
2019.

1. Aerodinâmica. 2. Linha Sustentadora. 3. Malha
de Vértices. 4. Asas. I. Ferro, Luís Morão Cabral, orient.
II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

NÁDILA REGINA CASSOL

**ANÁLISE AERODINÂMICA DE ASAS ATRAVÉS DA TEORIA DA LINHA
SUSTENTADORA E DO MÉTODO DA MALHA DE VÓRTICES**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido - Campus Mossoró, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharela em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luís Morão Cabral Ferro

Defendida em: 11 / 07 / 2019.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Luís Morão Cabral Ferro (UFERSA)
Orientador



Prof. MSc. Daut de Jesus Nogueira Peixoto Couras (UFERSA)
Membro Examinador



Prof. Prince Azembergh Nogueira de Carvalho (UFERSA)
Membro Examinador

À Miranda de Oliveira, por ser um grande exemplo de mulher e sempre acreditar na sua filha preferida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por Ele ter sido tão generoso comigo e minha família em todos esses anos.

À minha mãe, Miranda de Oliveira, por tudo que ela já abdicou em prol da minha formação moral e acadêmica, por toda paciência, cada conselho dado e ser a minha maior motivação de vida.

Ao meu orientador, Luís Morão Cabral Ferro, por todo suporte oferecido e conhecimento compartilhado.

À Equipe PegAzuls AeroDesign, por ter me proporcionado novos desafios, crescimento pessoal e pela confiança no meu trabalho.

A todos os professores da UFERSA que contribuíram para a minha formação acadêmica, em especial ao Daut Couras e Marcos Vinícius que se tornaram grandes amigos e sempre estavam disponíveis para ajudar.

Ao meu pai, Marcio Rogerio Cassol, e aos meus irmãos Natanielly, Valentina e Márcio Augusto, por fazerem parte da minha motivação de vida.

Ao meu padrasto, Gilberto Ottonelli, por sua sinceridade, por sempre me alegrar e por sua disponibilidade para ajudar.

Aos meus avós, João Batista e Jolinda, por toda motivação, cada oração e toda força transmitida em momentos difíceis.

A toda família Oliveira e Cassol.

Aos meus amigos Maria Tereza, Jéssyca, Victor, Luana, Keliany, Emanuella, Ellen, grupo BCF, Gilmar, Lucas, meninas da casa 02 da vila e todos os demais, por terem enfrentado comigo momentos de alegrias e tristezas.

“Só sei que nada sei”.

-Sócrates

RESUMO

O avanço tecnológico dos últimos anos permitiu que projetos de alta performance na indústria aeronáutica fossem realizados com uma precisão elevada em tempo relativamente pequeno. Este trabalho apresenta o estudo comparativo de dois métodos numéricos para análise aerodinâmica de uma asa retangular destinada à Competição da SAE Brasil AeroDesign e de uma asa trapezoidal, sendo eles o Método da Linha Sustentadora e Método da Malha de Vórtices. Os resultados da asa trapezoidal serão comparados com um relatório técnico do *NACA*, com resultados experimentais em túnel de vento. Desta forma, podemos verificar a confiabilidade dos mesmos a fim de apontar o melhor método para o projeto de aeronaves radiocontroladas não tripuladas, tendo em consideração custos, tempo e precisão de dados. O presente estudo concluiu que o método da malha de vórtices é mais próximo dos valores obtidos nos testes experimentais em comparação ao método da linha sustentadora nas asas deste estudo. Ao aumentar o alongamento das asas, o método da linha sustentadora começou a se aproximar mais dos valores reais, mas ainda com resultados inferiores ao da malha de vórtices.

Palavras-chave: Aerodinâmica; Linha Sustentadora; Malha de Vórtices; Asas.

ABSTRACT

The technological advancement of recent years has allowed high-performance projects in the aeronautics industry to be carried out with high accuracy in relatively short time. This work presents the comparative study of two numerical methods for aerodynamic analysis of a rectangular wing destined for the SAE Brazil AeroDesign competition and a trapezoidal wing, being they the Lifting Line Theory and the Vortex Lattice Method. The trapezoidal wing results will be compared to a NACA technical report, with wind tunnel experimental results. In this way, we can verify their reliability in order to point out the best method for designing unmanned radio-controlled aircraft, taking into account costs, time and accuracy of data. The present study concluded that the Vortex Lattice Method is closer to the values obtained in the experimental tests compared to the Lifting Line Theory in the wings of this study. As the wing length increased, the Lifting Line Theory began to approach more of the actual values, but still with lower results than the Vortex Lattice Method.

Keywords: Aerodynamics; Lifting Line Theory; Vortex Lattice Method; Wings.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição de pressão e tensão de cisalhamento em um perfil aerodinâmico.....	18
Figura 2 – Força aerodinâmica resultante e momento resultante num corpo.....	19
Figura 3 – Decomposição da força aerodinâmica resultante.....	19
Figura 4 – Representação das forças atuantes em uma aeronave.....	21
Figura 5 – Principais características geométricas de um aerofólio.....	23
Figura 6 – Forma geométrica em planta das asas.....	23
Figura 7 – Exemplo de asa com diedro positivo e negativo.....	25
Figura 8 – Exemplo de asa com enflechamento positivo.....	26
Figura 9 – Ilustração das linhas de corrente em uma asa finita.....	27
Figura 10 – Vórtices na ponta de asa.....	27
Figura 11 – Efeito do <i>downwash</i> em um aerofólio ou asa.....	28
Figura 12 – Filamento de vórtices.....	29
Figura 13 – Velocidade induzida em um ponto P por um filamento de vórtices no infinito ...	30
Figura 14 – Modelagem de uma asa finita para um sistema de vórtices.....	32
Figura 15 – Representação da aproximação da linha sustentadora.....	33
Figura 16 – Relação entre a coordenada transversal z e a coordenada angular θ	34
Figura 17 – Representação do vórtice ferradura.....	36
Figura 18 – Representação dos vórtices de ferradura e pontos de controle em uma asa.....	37
Figura 19 - Asa 1.....	38
Figura 20 - Asa 2.....	39
Figura 21 – Interface do programa XFLR5.....	40
Figura 22 – Coeficiente de sustentação em relação a α da Asa 1.....	41
Figura 23 – Coeficiente de arrasto induzido em relação a α da Asa 1.....	42
Figura 24 – Coeficiente de sustentação em relação a α da Asa 02.....	43

Figura 25 – Coeficiente de arrasto induzido em relação a α da Asa 2	44
Figura 26 – Coeficiente de sustentação em relação ao AR com $\alpha = 10^\circ$	45
Figura 27 – Coeficiente de arrasto induzido em relação ao AR com $\alpha = 10^\circ$	46
Figura 28 – Coeficiente de sustentação em relação ao AR com $\alpha = 15^\circ$	47
Figura 29 – Coeficiente de arrasto induzido em relação ao AR com $\alpha = 15^\circ$	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros da Asa 1	38
Tabela 2 – Parâmetros da Asa 2	39
Tabela 3 – Média de erro do C_L do <i>LLT</i> e <i>VLM</i> em comparação aos resultados experimentais para Asa 2	43
Tabela 4 – Média de erro do C_{Di} do <i>LLT</i> e <i>VLM</i> em comparação aos resultados experimentais para Asa 2	44
Tabela 5 – Erro do C_L do <i>LLT</i> e <i>VLM</i> em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 10^\circ$	45
Tabela 6 – Erro do C_{Di} do <i>LLT</i> e <i>VLM</i> em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 10^\circ$	46
Tabela 7 – Erro do C_L do <i>LLT</i> e <i>VLM</i> em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 15^\circ$	47
Tabela 8 – Erro do C_{Di} do <i>LLT</i> e <i>VLM</i> em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 15^\circ$	48

LISTA DE SIGLAS

<i>CFD</i>	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
<i>LLT</i>	<i>Lifting Line Theory</i>
<i>NACA</i>	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
<i>SAE</i>	<i>Sociedade de Engenheiros da Mobilidade</i>
<i>VLM</i>	<i>Vortex Lattice Method</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Força Axial
AR	<i>Aspect Ratio</i> ou alongamento
b	Envergadura da asa
c	Corda do perfil aerodinâmico
\bar{c}	Corda média aerodinâmica
C_D	Coefficiente de arrasto da asa
C_{Di}	Coefficiente de arrasto induzido da asa
c_d	Coefficiente de arrasto do perfil
C_L	Coefficiente de sustentação da asa
c_l	Coefficiente de sustentação do perfil
C_M	Coefficiente do momento da asa
c_m	Coefficiente do momento do perfil
c_r	Corda na raiz da asa
c_t	Corda na ponta da asa
D	Força de arrasto
D_i	Força de arrasto induzido
g	Aceleração da gravidade
h	Altura
L	Força de sustentação
M	Momento
m	Massa
N	Força Normal
P	Peso
q_∞	Pressão dinâmica
R	Força resultante aerodinâmica
r	Raio
Re	Número de Reynolds
S	Área alar da asa
T	Tração ou propulsão
U_∞	Velocidade do escoamento de aproximação

U_{eff}	Velocidade efetiva do escoamento
V	Filamento de vórtices
V_{∞}	Velocidade do fluxo do escoamento de aproximação
Γ	Distribuição da circulação
A	Ângulo de enflechamento
α	Ângulo de ataque
α_i	Ângulo de ataque induzido
α_{eff}	Ângulo de ataque efetivo
λ	<i>Taper Ratio</i> ou afilamento
ρ	Massa específica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1 FUNDAMENTOS DA AERODINÂMICA	18
2.2 EQUILÍBRIO DE FORÇAS	21
2.3 PERFIL.....	22
2.4 ASA.....	23
2.5 PARÂMETROS DA ASA	24
2.6 ESCOAMENTO EM ASAS FINITAS	26
3 MÉTODOS NUMÉRICOS.....	29
3.1 MÉTODO DA LINHA SUSTENTADORA	31
3.1.1 <i>Hipóteses simplificativas</i>	32
3.1.2 <i>Distribuição de circulação</i>	33
3.2 MÉTODO DA MALHA DE VÓRTICES	35
3.2.1 <i>Vórtices ferradura</i>	36
3.2.2 <i>Ponto de controle e localização dos vórtices</i>	36
3.2.3 <i>O método da malha de vórtices clássico</i>	37
3.3 SIMULAÇÕES	38
4 RESULTADOS.....	41
4.1 ASA 1 – ASA RETANGULAR	41
4.2 ASA 2 – ASA TRAPEZOIDAL.....	42
4.3 INFLUÊNCIA DO ALONGAMENTO E DO ÂNGULO DE ATAQUE.....	44
5 CONCLUSÕES.....	49
REFERÊNCIAS	50

1 INTRODUÇÃO

O crescente aumento do preço do petróleo desde 2016 (IFC MARKETS, 2019), a limitação de desenvolvimento tecnológico para a produção e a sua possível escassez nos próximos anos (IFM, 2013), pressionou a indústria buscar novas tecnologias para a redução do consumo desse combustível. No cenário da aviação, esses fatores proporcionaram mais pesquisas para o aumento da performance das aeronaves, com grande impacto na aerodinâmica.

Os primeiros modelos aerodinâmicos eram estudados a partir de escoamentos bidimensionais, que permitem a obtenção e análise de propriedades de asas como os esforços e a velocidade de escoamento. Porém, para a engenharia, o modelo em apenas duas dimensões não é satisfatório por desprezar alguns parâmetros, como exemplo os efeitos de velocidades induzidas bem como os efeitos da distribuição de vórtices ao longo da asa. Com o avanço do processamento de dados e o desenvolvimento de técnicas computacionais na aerodinâmica, os métodos conservadores foram substituídos por simulações em *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*), proporcionando resultados com maior precisão e dados mais detalhados (XIII Semana de Engenharia Aeronáutica da EESC-USP, 2016).

A Teoria da Linha Sustentadora (*Lifting Line Theory*) é uma aproximação da distribuição de sustentação e o arrasto induzido em uma asa finita, o que possibilita a compreensão do fenômeno físico e serve como uma estimativa preliminar dos coeficientes aerodinâmicos da asa. O clássico modelo da Linha Sustentadora de Prandtl apresenta bons resultados e é relativamente simples de ser utilizado quando comparado a outros métodos. No entanto, o método é limitado para asas com ângulos de flecha e de diedro nulos. Conforme o enflechamento e o ângulo de diedro aumentam, o modelo de Prandtl não faz a previsão correta da distribuição de circulação, o que resulta em erros nos coeficientes aerodinâmicos (KIMURA, 2011).

Com o avanço nos estudos, foi introduzido o Método da Malha de Vórtices (*Vortex Lattice Method*) que estima a sustentação de um componente, discretizando-o em painéis, cada um contendo um anel de vórtices, considerando a influência dos vórtices nos painéis (FALKNER, 1947). A asa é representada por uma grade de vórtices de ferradura sobrepostos. Os vórtices de ferradura são sistemas de vórtices que usam as análises combinadas dos filamentos de vórtices juntamente com os teoremas de vórtice de Helmholtz e a lei de Biot-Savart (PINZÓN, 2015).

O objetivo geral deste trabalho é analisar o comportamento aerodinâmico de cinco asas a partir da Teoria da Linha Sustentadora e do Método da Malha de Vórtices. A primeira simulação é de uma asa retangular para uma aeronave destinada à competição SAE Brasil AeroDesign. Além desta, outra simulação será realizada, desta vez com uma asa trapezoidal. A asa escolhida foi a mesma utilizada pelo *National Advisory Committee for Aeronautics (NACA)* em testes experimentais em túnel de vento (NACA, 1947). Apesar da geometria usada pela *NACA* ser relativamente maior do que as asas da classe regular do AeroDesign dos anos 2018 e 2019, será possível comparar os resultados dos métodos numéricos com um resultado experimental. Por fim, serão realizadas simulações com diferentes alongamentos (8, 10 e 12), fixando-se a envergadura em 4,57m, para analisar a influência do aumento do alongamento para o LLT e VLM e comparando-os com os resultados experimentais da *NACA*.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 FUNDAMENTOS DA AERODINÂMICA

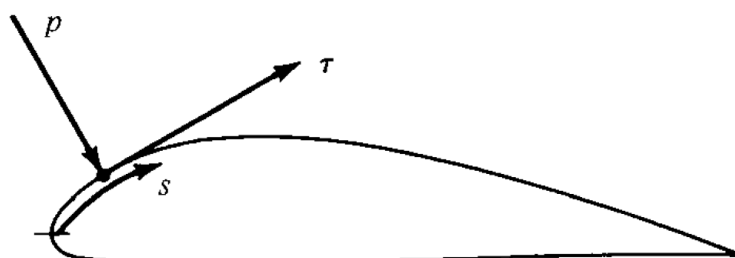
De acordo com o dicionário inglês *The American Heritage* (2014), “a aerodinâmica é a dinâmica dos corpos se movendo em relação aos gases, especialmente a interação de objetos em movimento com a atmosfera”. A aerodinâmica é uma ciência aplicada que é utilizada em várias práticas de engenharia (ANDERSON, 2010).

A aerodinâmica é essencial para o projeto de aeronaves, com base nela que se determinam os principais coeficientes aerodinâmicos, como sustentação e arrasto, e a partir do estudo e análise desses que dão continuidade com o projeto.

As forças aerodinâmicas e momentos no corpo são devidos a apenas duas fontes (ANDERSON, 2010), mostradas na Figura 1.

1. Distribuição de pressão sobre a superfície do corpo, perpendicular à superfície
2. Distribuição de tensão de cisalhamento sobre a superfície do corpo, paralela à superfície.

Figura 1 – Distribuição de pressão e tensão de cisalhamento em um perfil aerodinâmico



$p = p(s)$ = distribuição de pressão superficial

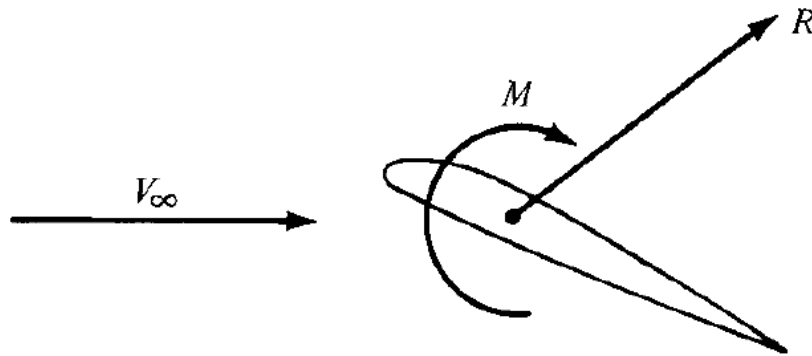
$\tau = \tau(s)$ = distribuição de tensão de cisalhamento superficial

Fonte: Adaptado de Anderson, 2010.

Os únicos mecanismos que a natureza tem para comunicar uma força a um corpo que se move através de um fluido são decorrentes dessas duas fontes. Tanto pressão p como tensão de cisalhamento τ têm dimensões de força por unidade de área.

Ao calcular a integral das distribuições de p e τ sobre toda a superfície do corpo, se obtém como resultado uma força aerodinâmica resultante \mathbf{R} e um momento \mathbf{M} no corpo, conforme mostra a Figura 2.

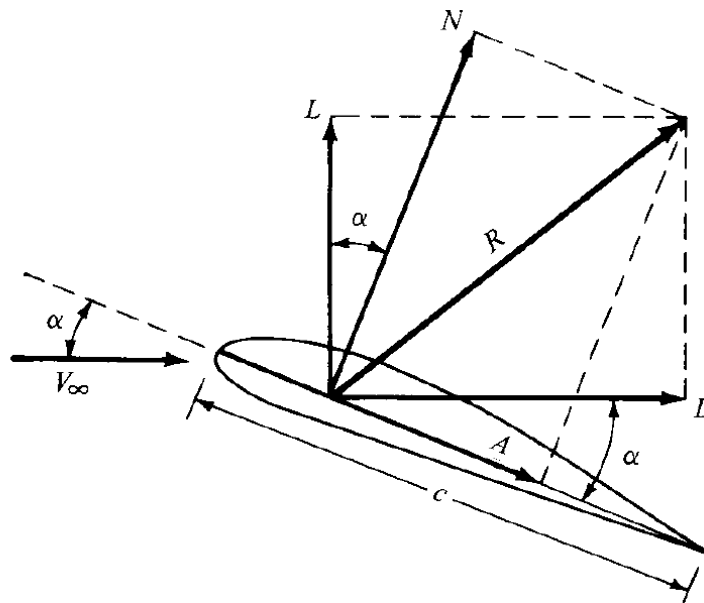
Figura 2 – Força aerodinâmica resultante e momento resultante num corpo



Fonte: Anderson, 2010.

Num escoamento bidimensional, a resultante \mathbf{R} por sua vez, se decompõe em dois componentes conforme ilustrado na Figura 3,

Figura 3 – Decomposição da força aerodinâmica resultante



Fonte: Anderson, 2010.

onde V_∞ é a velocidade do escoamento de aproximação, definido como a velocidade do fluxo a montante do corpo, que também é designado por velocidade de fluxo livre ou escoamento aerodinâmico. \mathbf{L} representa a força de sustentação, componente de \mathbf{R} perpendicular a V_∞ e \mathbf{D} é a força de arrasto, componente paralela a V_∞ .

A força \mathbf{R} pode também ser decomposta em componentes perpendiculares e paralelos à corda. A corda do perfil, c , é a maior distância linear do bordo de ataque até o bordo de fuga.

Por definição, \mathbf{N} é a componente normal de \mathbf{R} , perpendicular a c e \mathbf{A} é a força axial, componente paralela de \mathbf{R} em relação a c .

O ângulo de ataque α é definido como o ângulo entre a corda e V_∞ . Assim, podem-se estabelecer relações de \mathbf{L} e \mathbf{D} com \mathbf{N} e \mathbf{A} por meio de relações geométricas, obtendo-se:

$$L = N \cos \alpha - A \sin \alpha \quad \text{Eq. 1}$$

$$D = N \sin \alpha + A \cos \alpha \quad \text{Eq. 2}$$

Uma vez que são encontradas as forças aerodinâmicas, podem-se obter os coeficientes aerodinâmicos, que são adimensionais. Para isso, é necessário definir a equação de pressão dinâmica q_∞ .

$$q_\infty \equiv \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \quad \text{Eq. 3}$$

Os coeficientes de força e momento adimensionais são definidos da seguinte forma:

$$C_L \equiv \frac{L}{q_\infty S} \quad \text{Eq. 4}$$

$$C_D \equiv \frac{D}{q_\infty S} \quad \text{Eq. 5}$$

$$C_M \equiv \frac{M}{q_\infty S c} \quad \text{Eq. 6}$$

onde S é a área alar da asa.

Os coeficientes listados acima com letras maiúsculas (C_L , C_D e C_M) estão relacionados aos coeficientes de um corpo tridimensional, como uma asa finita ou um avião. Para um estudo em duas dimensões, as forças e momentos são por unidade de comprimento e é convencional que os coeficientes sejam denotados por letras minúsculas, obtendo-se:

$$c_l \equiv \frac{L'}{q_\infty c} \quad \text{Eq. 7}$$

$$c_d \equiv \frac{D'}{q_\infty c} \quad \text{Eq. 8}$$

$$c_m \equiv \frac{M'}{q_\infty c^2} \quad \text{Eq. 9}$$

onde L' é a força de sustentação no perfil, D' força de arrasto no perfil e M' o momento no perfil.

2.2 EQUILÍBRIO DE FORÇAS

Para uma aeronave ser capaz de um voo nivelado, as quatro forças atuantes sob a mesma são: sustentação, peso, arrasto e tração, conforme mostra a Figura 4, deverão estar em equilíbrio.

Figura 4 – Representação das forças atuantes em uma aeronave



Fonte: Aviador, 2017.

O peso P , é a força exercida pela gravidade, definido pela Equação 10, atuando sobre o avião e direcionada ao centro da Terra.

$$P = m g \quad \text{Eq. 10}$$

Em oposição ao peso, tem-se a força de sustentação L , já abordada anteriormente, que é a componente perpendicular à direção do movimento do voo e é originada pela diferença de pressão entre o intradorso e extradorso das superfícies sustentadoras. A asa é a maior responsável pela geração de sustentação, mas existem outras superfícies como o estabilizador horizontal além dos dispositivos hipersustentadores como *flaps*, *slots* ou *slats* que são mecanismos adaptados às asas que podem alterar, consideravelmente, o coeficiente de sustentação da mesma. O arrasto D , se opõe ao movimento da aeronave e é uma componente paralela à direção do escoamento. É essencialmente uma força de atrito e pressão e o ideal é que seja reduzida o máximo possível (ANDERSON, 2010). Opondo-se à força de arrasto, existe a força de tração ou de propulsão T , gerada pelo conjunto motopropulsor.

Para que uma aeronave seja possível decolar é necessário que:

$$L \geq P \text{ e } T \geq D$$

A aeronave só estará em perfeito equilíbrio dessas quatro forças quando estiver em um voo reto, nivelado e com velocidade constante.

2.3 PERFIL

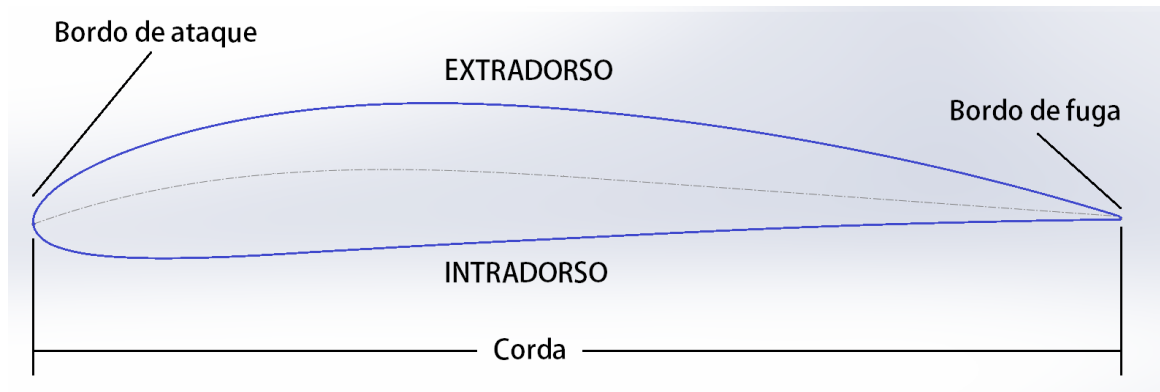
O aerofólio ou o perfil aerodinâmico é uma seção da asa, bidimensional, e pode ser considerado o principal objeto de estudo da aerodinâmica. O entendimento da aerodinâmica no perfil é fundamental para a compreensão de uma asa. A geometria do perfil é um fator de grande influência no projeto, já que as propriedades e, conseqüentemente, os coeficientes aerodinâmicos, estão relacionados com a geometria. A Figura 5 mostra as principais características geométricas de um aerofólio.

No início do século XIX, o engenheiro Sir George Cayley, pioneiro nos estudos da engenharia aeronáutica, foi o primeiro a identificar as quatro forças de uma aeronave que foram explicadas no tópico anterior. Cayley descreveu muitos dos conceitos que hoje são usados em aviões modernos. Antes dele, os pesquisadores acreditavam que o sistema de propulsão deveria gerar uma elevação e avanço ao mesmo tempo e Cayley compreendeu que a propulsão deveria gerar apenas empuxo e as asas se encarregariam de produzir sustentação (CTIE, 2002).

Foi com a observação de pássaros que o engenheiro Cayley obteve a ideia de que a asa deveria ser curvada para produzir maior sustentação e em 1808, com o experimento de um planador, percebeu que uma área de baixa pressão é formada acima da asa. Cayley também previu corretamente que o voo sustentado não ocorreria até que um motor fosse desenvolvido para fornecer impulso adequado, o que não ocorreu até o voo de Orville e Wilbur Wright em 1903 (CTIE, 2002).

Apesar de Cayley ter iniciado os estudos sobre aerofólios curvos, os experimentos de Horatio Phillips que foram mais atrativos. Em 1884 e 1891, Phillips recebeu patentes de “*aerofólios de superfície dupla*”, sendo a patente de 1891 uma explicação detalhada do funcionamento do perfil (AEROSPACEWEB, 2005).

Figura 5 – Principais características geométricas de um aerofólio



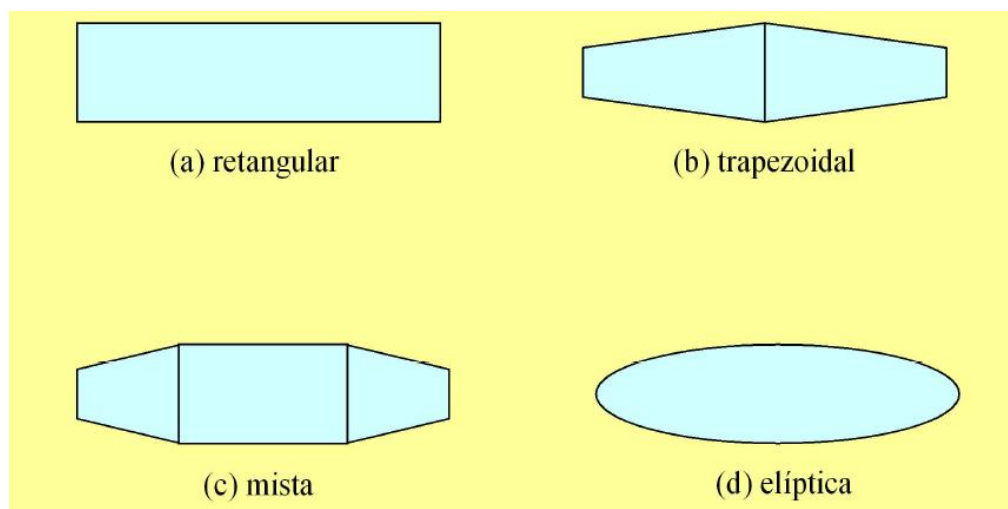
Fonte: Autoria própria.

- O bordo de ataque é a extremidade dianteira do perfil.
- O bordo de fuga é extremidade traseira do perfil.
- A corda é a maior linha reta que liga o bordo de ataque e o bordo de fuga.
- O extradorso é a linha superior do perfil.
- O intradorso é a linha inferior do perfil.
- A linha de curvatura media é a linha equidistante do extradorso e do intradorso.

2.4 ASA

A asa é um corpo tridimensional composta por vários aerofólios. Contudo, a mesma difere em alguns aspectos em relação ao aerofólio devido ao escoamento. Assim como nos perfis, a geometria da asa é determinante para o projeto. Os principais tipos são: retangular, trapezoidal, elíptica e mista, como é representado na Figura 6.

Figura 6 – Forma geométrica em planta das asas



Fonte: Rodrigues, 2011.

A asa retangular possui baixa eficiência aerodinâmica (L/D) em comparação com as demais, isso ocorre devido a um maior arrasto induzido, que será abordado posteriormente. A grande vantagem desse tipo de asa é a facilidade construtiva e o menor custo de fabricação. O cálculo da área de asa é apresentado abaixo pela Equação 11.

$$S = b c \quad \text{Eq. 11}$$

sendo S a área alar da asa e b a envergadura.

A asa trapezoidal possui uma boa eficiência aerodinâmica, por reduzir o arrasto induzido na ponta da asa. A construção é um pouco mais complexa, o que faz o custo aumentar. Para encontrar a área, deve-se utilizar a Equação 12.

$$S = \frac{(c_r + c_t) b}{2} \quad \text{Eq. 12}$$

onde c_r é a corda na raiz e c_t a corda na ponta da asa.

A asa elíptica é considerada a asa ideal, com a máxima eficiência aerodinâmica, porém, a sua fabricação é muito mais complexa e com custos superiores em comparação com as demais. O cálculo de área é dado por:

$$S = \frac{\pi}{4} b c_r \quad \text{Eq. 13}$$

A asa mista relaciona características da asa retangular, trapezoidal ou elíptica e pode ser uma boa solução para aumentar a área de asa sem comprometer o arrasto induzido. O cálculo da área de asa pode ser encontrado pelas Equações 11, 12 e 13 mostradas anteriormente.

2.5 PARÂMETROS DA ASA

Alguns parâmetros são fundamentais para o projeto de uma asa, dentre eles o alongamento, o afilamento, o diedro e o enflechamento.

A corda média geométrica da asa \bar{c} é definida por:

$$\bar{c} = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} c dz \quad \text{Eq. 14}$$

O alongamento ou *aspect ratio* (AR) relaciona a envergadura da asa com a corda média geométrica \bar{c} . O aumento do alongamento reduz o arrasto induzido (RODRIGUES, 2011) e é dado por:

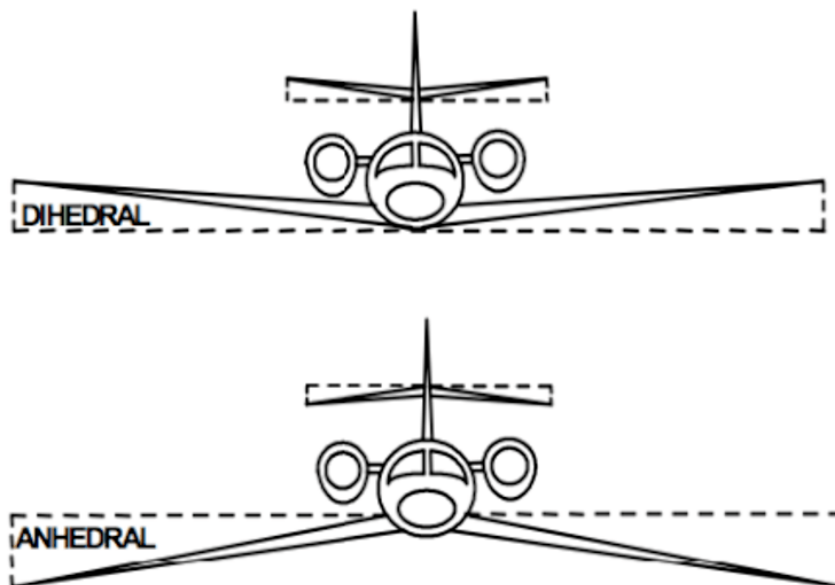
$$AR = \frac{b^2}{S} \quad \text{Eq. 15}$$

A relação de afilamento ou *taper ratio* (λ) é a razão entre a corda na ponta e a corda da raiz, conforme mostra a Equação 16.

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad \text{Eq. 16}$$

O diedro é um ângulo formado entre o plano da asa e o eixo transversal do avião, conforme mostra a Figura 7. O diedro pode ser positivo ou negativo. O diedro positivo (*dihedral*) aumenta a estabilidade lateral, normalmente empregado em aviões com asa baixa, enquanto o diedro negativo (*anhedral*) é considerado mais instável, utilizado geralmente em aviões com asa alta (AEROFLAP, 2015).

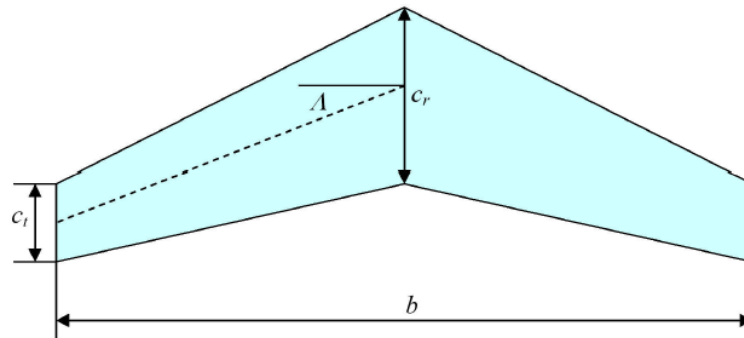
Figura 7 – Exemplo de asa com diedro positivo e negativo



Fonte: Aeroflap, 2015.

O enflechamento (Λ) é um ângulo formado entre o bordo de ataque e o eixo transversal do avião. A flecha tem como função reduzir a influência do arrasto induzido de onda em velocidades transônicas e supersônicas, aumentando a estabilidade. Pode ser positivo, negativo ou nulo (sem flecha).

Figura 8 – Exemplo de asa com enflechamento positivo



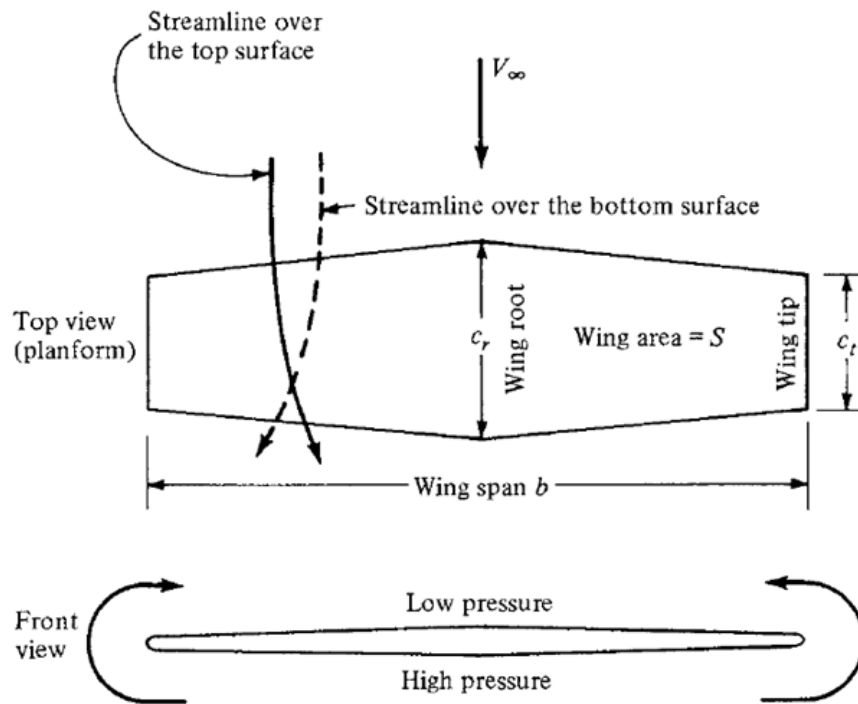
Fonte: Rodrigues, 2011.

2.6 ESCOAMENTO EM ASAS FINITAS

O mecanismo de geração de sustentação em uma asa é baseado na existência de uma alta pressão no intradorso e de baixa pressão no extradorso conforme mostra a Figura 9 (ANDERSON, 2010).

Em comparação ao aerofólio, na asa existe um desbalanceamento entre as pressões das superfícies de intradorso e de extradorso. Nas regiões de bordas, como na ponta da asa e na proximidade da fuselagem, são criadas componentes transversais de velocidade que fazem as linhas de corrente tenham uma divergência, gerando vorticidade longitudinal (BREDEMODE, 2014). Desta forma, as linhas de corrente no extradorso tendem a se curvar em direção à fuselagem do avião, enquanto no intradorso o efeito é o contrário, com as linhas de corrente se afastando da fuselagem (Figura 9).

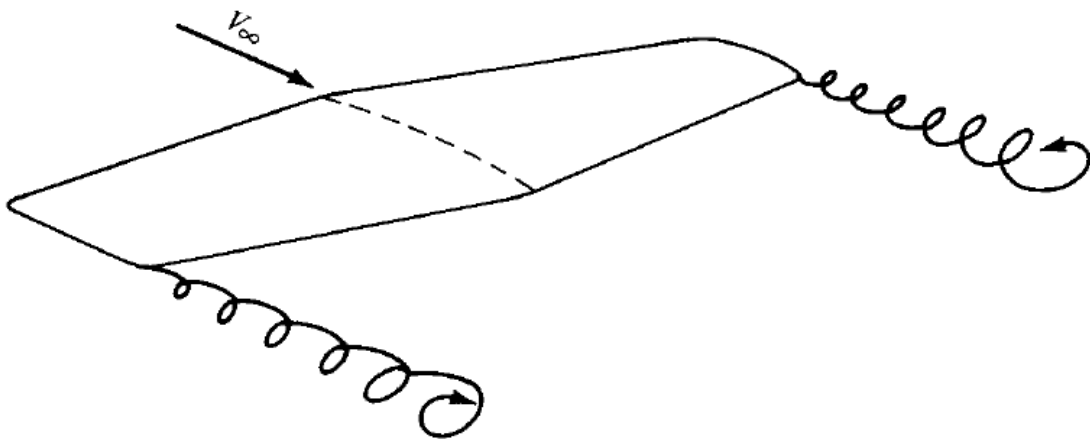
Figura 9 – Ilustração das linhas de corrente em uma asa finita



Fonte: Anderson, 2010.

Esse escoamento gera uma esteira de vórtices a partir das pontas das asas como é representado na Figura 10.

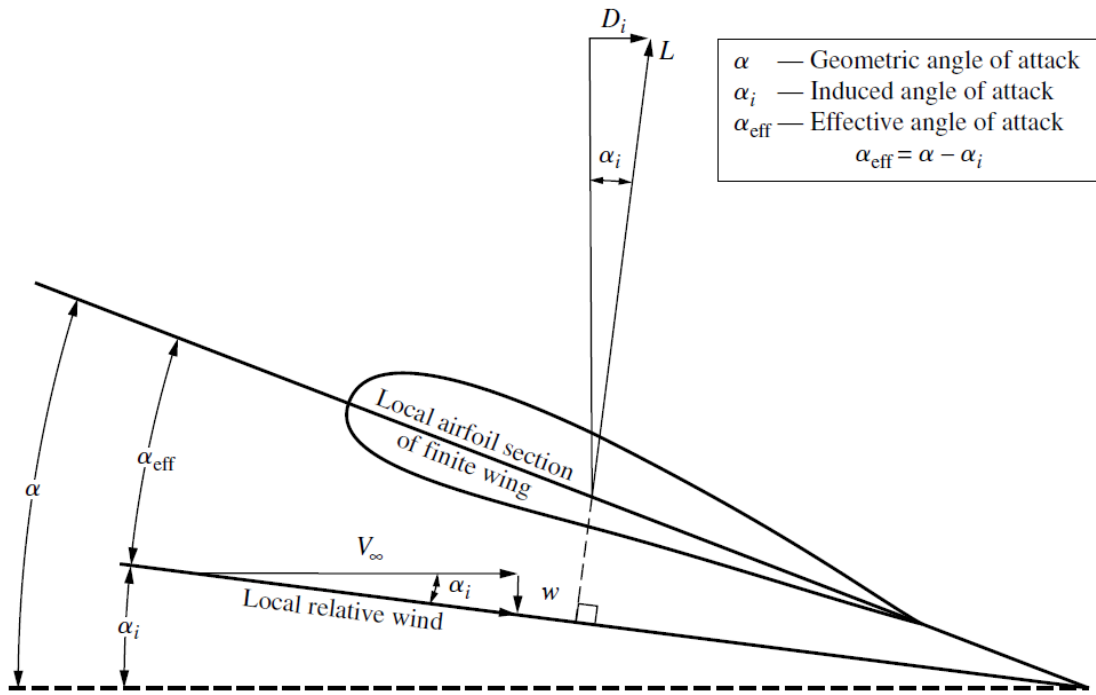
Figura 10 – Vórtices na ponta de asa



Fonte: Anderson, 2010.

Os vórtices, por sua vez, induzem a formação de uma componente de velocidade, vertical para baixo, sobre a asa, chamada de *downwash* ou velocidade normal induzida (ANDERSON, 2010).

Figura 11 – Efeito do *downwash* em um aerofólio ou asa



Fonte: Anderson, 2010.

Uma vez que existe o *downwash*, o escoamento local possui uma direção inclinada, abaixo da direção de V_∞ , formando um ângulo de ataque induzido α_i . O ângulo de ataque real é o que existe entre a corda e o escoamento, sendo denominado de ângulo de ataque efetivo α_{eff} e apresenta valor inferior ao ângulo de ataque geométrico α , conforme a Equação 17.

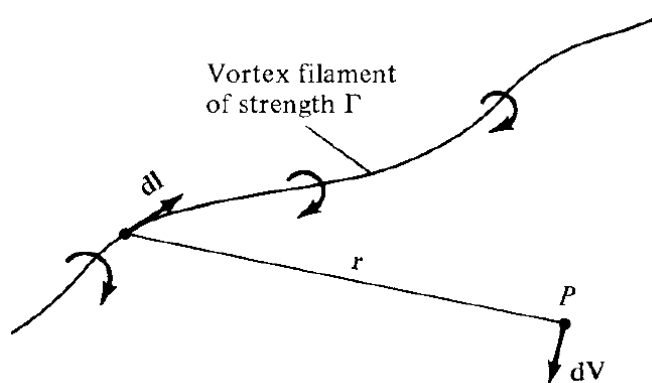
$$\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i \quad \text{Eq. 17}$$

3 MÉTODOS NUMÉRICOS

Neste capítulo será realizada uma revisão teórica sobre os métodos utilizados, com ênfase no Método da Linha Sustentadora de Prandtl e o Método da Malha de Vórtices. Nesta revisão será apresentada a formulação teórica de cada um dos métodos. Porém, antes de adentrar nos métodos, alguns conceitos devem ser introduzidos, tais como filamento de vórtices, a Lei de Biot-Savart e os Teoremas de Helmholtz.

O filamento de vórtices induz um campo de escoamento no espaço ao redor. Se a circulação é tomada sobre um caminho que englobe o filamento, é possível calcular o valor de intensidade do filamento de vórtices Γ (ANDERSON, 2010).

Figura 12 – Filamento de vórtices



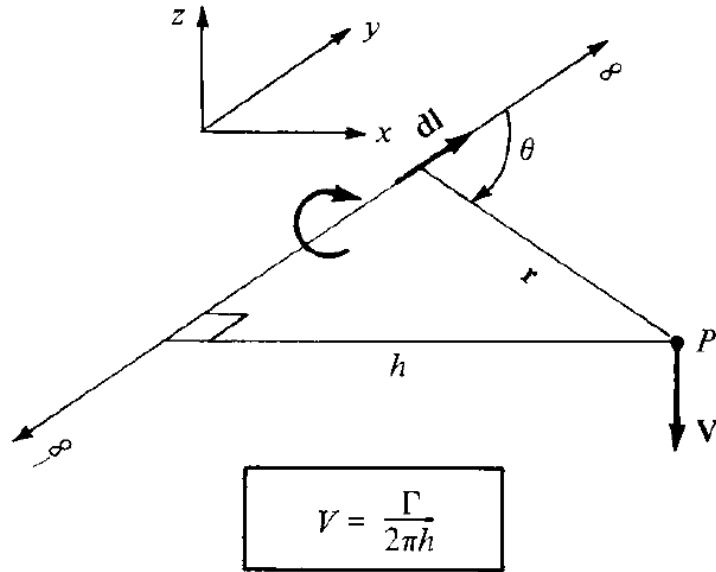
Fonte: Anderson, 2010.

Se for considerado um segmento do filamento $d\mathbf{l}$, sendo o raio do vetor de $d\mathbf{l}$ para um ponto arbitrário P no espaço igual a \mathbf{r} . O segmento $d\mathbf{l}$ induz uma velocidade em P dada por:

$$d\mathbf{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \quad \text{Eq. 18}$$

A Equação 18 é conhecida como lei de Biot-Savart, resultado da teoria potencial, uma das relações fundamentais para os escoamentos invíscidos e incompressíveis.

Figura 13 – Velocidade induzida em um ponto P por um filamento de vórtices no infinito



Fonte: Anderson, 2010.

A velocidade induzida em um ponto P , devido ao segmento de vórtices orientados $d\mathbf{l}$, é dado pela expressão anteriormente apresentada de modo que, a velocidade induzida em P por todo o filamento de vórtices será obtida pela Equação 19

$$V = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \quad \text{Eq. 19}$$

A magnitude da velocidade será

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta}{r^2} dl \quad \text{Eq. 20}$$

Se h for a distância perpendicular do ponto P ao filamento de vórtices, então pela geometria apresentada na Figura 13 pode-se encontrar r , l e $d\mathbf{l}$ como mostram as Equações 21, 22 e 23.

$$r = \frac{h}{\sin \theta} \quad \text{Eq. 21}$$

$$l = \frac{h}{\tan \theta} \quad \text{Eq. 22}$$

$$d\mathbf{l} = \frac{h}{\sin^2 \theta} d\theta \quad \text{Eq. 23}$$

Substituindo as Equações 21, 22 e 23 na Equação 20, obtém-se

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta}{r^2} dl = -\frac{\Gamma}{4\pi h} \int_{\pi}^0 \sin \theta d\theta = \frac{\Gamma}{2\pi h} \quad \text{Eq. 24}$$

desta forma, a solução obtida é a mesma para um ponto de vórtice de um escoamento bidimensional.

Se for considerado um filamento de vórtices semi-infinito, que se estende de um ponto A até $+\infty$. Sendo P um ponto do plano que contém A e perpendicular ao filamento, então a velocidade induzida em P pelo filamento de vórtices semi-infinito será dado pela Equação 25.

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi h} \quad \text{Eq. 25}$$

Hermann von Helmholtz foi o primeiro a utilizar o conceito de filamentos de vórtices para a análise de escoamentos invíscidos e incompressíveis. Nesse processo, foram estabelecidos os princípios básicos do comportamento de vórtices, conhecidos como Teoremas de Helmholtz (ANDERSON, 2010), que são mostrados abaixo:

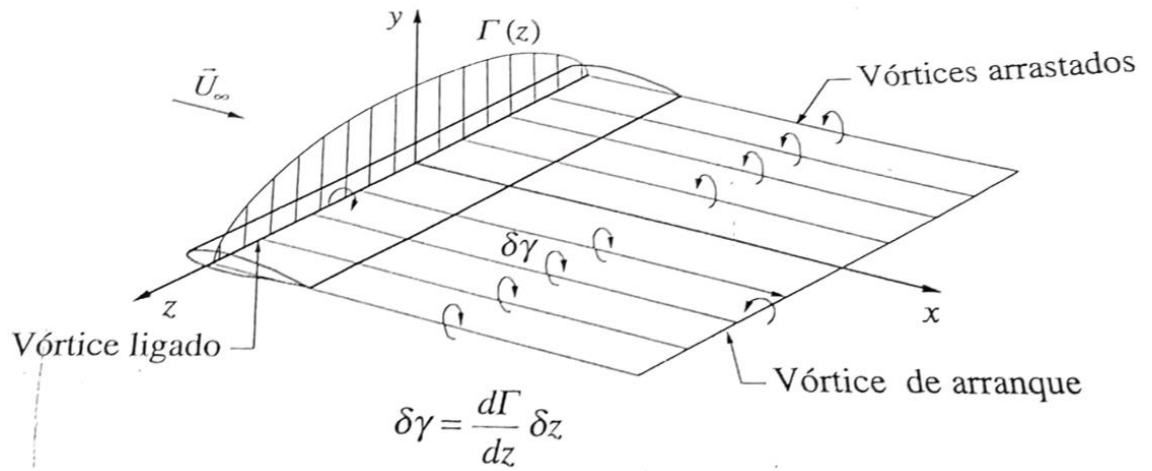
1. A intensidade de um filamento de vórtices é constante ao longo de seu comprimento.
2. Um filamento de vórtices não pode se encerrar em um fluido, ele deve se estender até a fronteira do fluido (que pode ser infinita) ou formar um caminho fechado.

3.1 MÉTODO DA LINHA SUSTENTADORA

A Teoria da Linha Sustentadora permite a compreensão do fenômeno físico do escoamento sobre asas e a sua modelagem matemática serve para estimar os coeficientes aerodinâmicos da asa. Este modelo é amplamente utilizado devido sua simplicidade em comparação a outros métodos e ainda apresenta bons resultados para asas retas. No entanto, esta modelagem possui algumas limitações que serão abordadas posteriormente (KIMURA, 2011).

O Método clássico da Linha Sustentadora de Prandtl foi um dos pioneiros para prever coeficientes aerodinâmicos de uma asa finita. Ele é definido através de uma asa finita modelada como um único filamento retilíneo de vórtices ligados, de intensidade variável, do qual origina-se os vórtices arrastados semi-infinitos (BREDERODE, 2014), como é representado na Figura 14.

Figura 14 – Modelagem de uma asa finita para um sistema de vórtices



Fonte: Brederode, 2014.

sendo $\delta\gamma$ a intensidade local da folha de vórtices arrastados, que possui um sentido de circulação em um lado da semienvigadura e sentido oposto no outro lado.

3.1.1 Hipóteses simplificativas

A teoria da linha sustentadora é baseada nas duas hipóteses simplificativas a seguir:

1. O vórtice ligado retilíneo somente se aplica as asas sem diedro e sem flecha.
2. Esteira plana, não deformável e paralela a velocidade de escoamento.

Cada vórtice ligado deve ser retilíneo, por isso a limitação em asas com diedros e/ou enflechadas. Outra premissa é que a esteira de vórtices livres deve ser rígida, plana, não deformável e paralela ao escoamento. Isso permite a linearização do problema (NETTO, 2010).

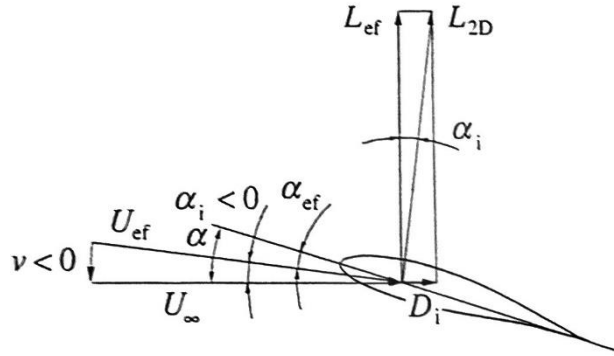
O lado esquerdo de um vórtice está no mesmo ponto que o lado direito do vórtice seguinte. Desta forma, exceto nas pontas da asa, cada seguimento de vórtice está coincidente com o seguinte. A vorticidade que é medida em uma asa e qualquer nó é a diferença da vorticidade entre dois vórtices que compartilham o mesmo nó (KIMURA, 2011).

A teoria da linha sustentadora é utilizada, preferencialmente, para alongamentos acima de seis (ANDERSON, 2010). Para determinar a localização do centro aerodinâmico da asa é comum escolher a corda média aerodinâmica \bar{c} , definida pela Equação 26:

$$\bar{c} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c^2 dz \quad \text{Eq. 26}$$

Conforme as premissas e simplificações do método da Linha Sustentadora, os efeitos do sistema de vórtices livres é representado na Figura 15:

Figura 15 – Representação da aproximação da linha sustentadora



Fonte: Netto, 2010.

O ângulo de ataque induzido α_i e o ângulo de ataque efetivo α_{eff} são conceitos importantes no *LLT*. A velocidade efetiva U_{ef} pode ser aproximada em ângulos pequenos conforme a Equação 27:

$$U_{ef} = U_{\infty} \sin \alpha_i \approx U_{\infty} \quad \text{Eq. 27}$$

De maneira análoga, podemos determinar a sustentação efetiva e o arrasto induzido conforme as Equações 28 e 29.

$$L_{ef} = L_{2D} \cos \alpha_i \approx L_{2D} \quad \text{Eq. 28}$$

$$D_i = -L_{2D} \sin \alpha_i \approx -L_{2D} \alpha_i \quad \text{Eq. 29}$$

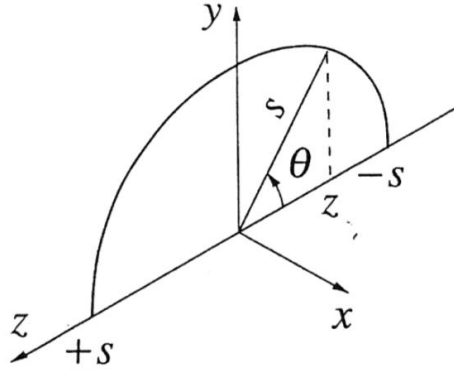
3.1.2 Distribuição de circulação

A distribuição de circulação pode ser descrita por uma série geral de Fourier.

$$\Gamma(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos n\theta + \sum b_n \sin n\theta \quad \text{Eq. 30}$$

sendo θ convencionado como uma coordenada angular relacionada com a coordenada transversal z , conforme é indicado na Figura 16.

Figura 16 – Relação entre a coordenada transversal z e a coordenada angular θ



Fonte: Brederode, 2014.

sendo s a semienvargadura da asa.

Para que os termos da série sejam resultados de forma adimensional, a forma geral de $\Gamma(\theta)$ será considerada como:

$$\Gamma(\theta) = 4s U_{\infty} \sum B_n \sin n\theta \quad \text{Eq. 31}$$

A velocidade induzida é encontrada pela lei de Biot-Savart e a intensidade local da folha de vórtices arrastados. Em termos da coordenada angular θ , obtém-se:

$$v(\theta) = -\frac{1}{4\pi s} \int_0^{\pi} \frac{4s U_{\infty} \sum n B_n \cos n\theta_0}{\cos \theta_0 - \cos \theta} d\theta_0 \quad \text{Eq. 32}$$

O que resulta em:

$$\alpha_i(\theta) \approx \frac{v(\theta)}{U_{\infty}} = -\frac{\sum n B_n \sin n\theta}{\sin \theta} \quad \text{Eq. 33}$$

Reescrevendo a Equação 31 em termos da coordenada angular θ e atendendo à Equação 33, obtém-se:

$$\sum B_n \sin n\theta [n\mu(\theta) + \sin \theta] = \mu(\theta) \sin \theta [\alpha(\theta) + \beta(\theta)] \quad \text{Eq. 34}$$

$$\mu(\theta) = \frac{\alpha_{2D}(\theta) c(\theta)}{8s} \quad \text{Eq. 35}$$

onde α_{2d} é a derivada de c_l em função de α para o aerofólio, em geral próximo de 2π .

Introduzindo para a análise ou projeto de asas finitas, através da descrição da distribuição de circulação como mostrado na Equação 31 da série de Fourier, pode-se determinar os n coeficientes B_n mediante a resolução de um sistema de n equações lineares com n incógnitas (Equação 34), se for conhecido as características do perfil ($\alpha_{2D}(\theta)$ e $\beta(\theta)$) e geometria da asa (s , $c(\theta)$ e $\alpha(\theta)$). Desta forma, é possível determinar C_L e C_{Di} através da $\Gamma(\theta)$.

$$C_L = \pi AR B_1 \quad \text{Eq. 36}$$

$$C_{Di} = \pi AR \sum n B_n^2 = \pi AR B_1^2 \left[1 + \sum_{n>1} n \left(\frac{B_n}{B_1} \right)^2 \right] = \frac{C_L^2}{\pi e AR} \quad \text{Eq. 37}$$

onde e é o fator eficiência de envergadura da asa, determinado por:

$$e = \frac{1}{1 + \delta} \quad \text{com } \delta = \sum_{n>1} n \left(\frac{B_n}{B_1} \right)^2 \quad \text{Eq. 38}$$

sendo δ o fator do arrasto induzido, uma função do alongamento da asa e da relação de afilamento.

3.2 MÉTODO DA MALHA DE VÓRTICES

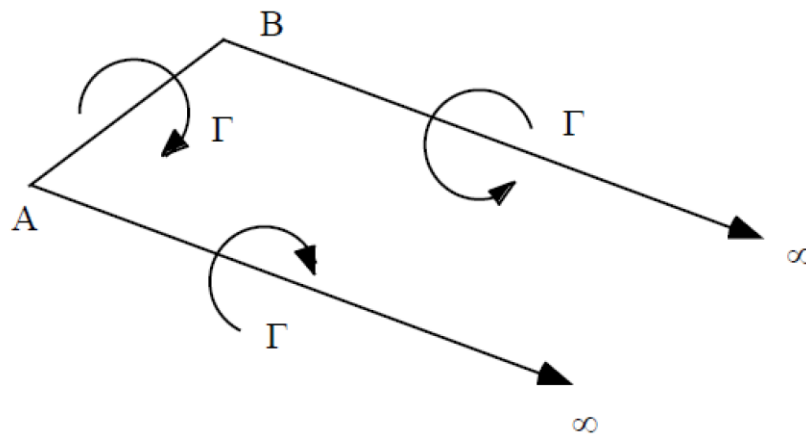
O *Vortex Lattice Method* (VLM) ou Método da Malha de Vórtices foi desenvolvido para calcular o desempenho de asas. Com ele pode-se encontrar a distribuição de sustentação e o arrasto induzido de uma asa, dentre outros coeficientes aerodinâmicos (MASQUELIER, 1982).

Em comparação ao primeiro, este método permite calcular geometrias mais complexas com enflechamento e diedro. No entanto, ainda existem algumas limitações do processo como pequenos ângulos de ataque e a espessura é desprezada nas forças aerodinâmicas. O campo de escoamento é considerado incompressível e irrotacional. O VLM é baseado em soluções para a equação de Laplace e está sujeito as mesmas restrições do método de painéis, porém, sua aplicação é mais fácil (CUMMINGS; MASON; MORTON, 2015).

3.2.1 Vórtices ferradura

A malha de vórtices é composta por vórtices ferraduras, a sua geometria parte da lei de Biot-Savart e os Teoremas de Helmholtz que determinam que o vórtice tem intensidade constante e o mesmo deve se estender até o final do sistema, formando um anel, também chamado de vórtice ferradura. Para criar um vórtice de ferradura, usaremos três vórtices de linha reta: um vórtice de comprimento finito e dois vórtices semi-infinitos (CUMMINGS; MASON; MORTON, 2015), conforme mostra a Figura 17.

Figura 17 – Representação do vórtice ferradura



Fonte: Cummings, Mason e Morton, 2015.

A velocidade induzida é a soma das três componentes mostradas na Figura 17 e a expressão geral de velocidade é dada por:

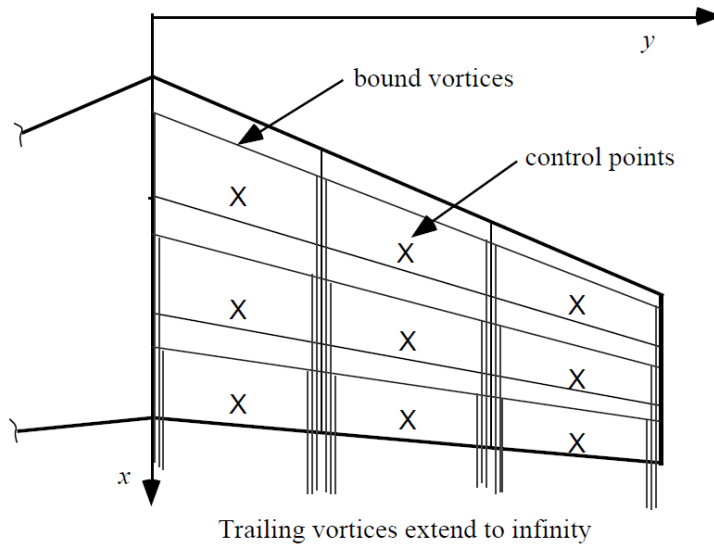
$$V = V_{AB} + V_{A\infty} + V_{B\infty} \quad \text{Eq. 39}$$

onde a velocidade total é a soma das contribuições dos três segmentos de vórtice de linha reta que compõem o vórtice em ferradura.

3.2.2 Ponto de controle e localização dos vórtices

O vórtice ferradura irá representar uma superfície de sustentação, desta forma, deve-se escolher a configuração e os pontos de controle dos vórtices de modo que as condições de contorno da superfície sejam satisfeitas, como mostrados na Figura 18.

Figura 18 – Representação dos vórtices de ferradura e pontos de controle em uma asa



Fonte: Cummings, Mason e Morton, 2015.

O matemático Pistolesi descobriu (CUMMINGS; MASON; MORTON, 2015) uma configuração geral que normalmente é satisfatória, conhecida como “regra de $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ ”. Vale salientar que não é uma lei teórica, porém, a regra de Pistolesi já provou ser suficientemente precisa para as aplicações do *VLM*. Desta forma, o vórtice está localizado a $\frac{1}{4}$ da corda e o ponto de controle a $\frac{3}{4}$ da corda.

3.2.3 O método da malha de vórtices clássico

Existem várias formas de implementar o *VLM*, neste trabalho será utilizado o método clássico que consiste nos seguintes passos segundo Cummings, Mason e Morton (2015).

1. Dividir o plano em malhas quadriláteras com um vórtice de ferradura em cada;
2. Colocar o vórtice amarrado no vórtice ferradura em $\frac{1}{4}$ da corda de cada malha;
3. Colocar o ponto de controle em $\frac{3}{4}$ da corda de cada painel, no ponto médio da direção da envergadura;
4. Assumir uma esteira plana no método clássico;
5. Determinar as forças de circulação requeridas para satisfazer as condições de contorno do sistema linear de equações.

3.3 SIMULAÇÕES

Para a execução do método da Linha Sustentadora foi utilizado uma modificação do código em FORTRAN realizado pelo professor W. A. Mason, da Universidade Virginia Tech (MASON, 2016). O código é uma solução iterativa, utilizando a teoria da linha sustentadora pelo método clássico de Prandtl. No entanto, esse programa apresentava algumas limitações como a simulação de apenas um ângulo de ataque por vez ou a restrição de asas retangulares ou trapezoidais, impossibilitando a solução de uma asa mista.

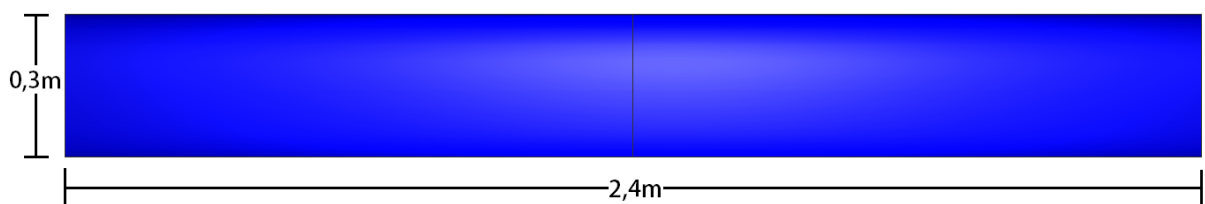
Devem-se inserir os seguintes inputs: alongamento, afilamento, semienvargadura, ângulo de ataque inicial, ângulo de ataque final, incidência da raiz e incidência da ponta da asa. Como saída teremos C_L , C_{Di} e Γ para todos os ângulos de ataque solicitados. Foram realizados três tipos de simulações. A primeira asa é do tipo retangular, com os parâmetros apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros da Asa 1

Asa 1	
Perfil	Peg003
b [m]	2,4
c_r [m]	0,3
c_t [m]	0,3
AR	8
λ	1
Incidência [°]	0
Enflechamento [°]	0
Re	4×10^5
Mach	0,059

Fonte: Autoria própria.

Figura 19 - Asa 1



Fonte: Autoria própria.

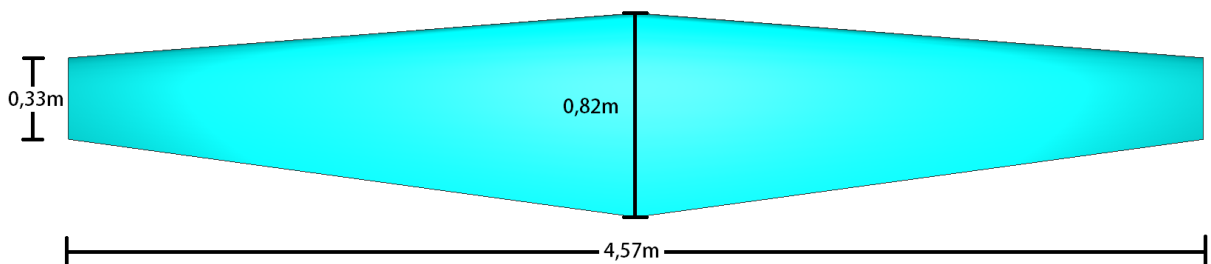
Para a Asa 2, foi utilizada a mesma geometria da asa 2.5-8-44,16 do *NACA*, que são apresentados resultados de testes experimentais em túnel de vento na nota técnica do *NACA* (1947). Diferentemente da Asa 1, esta possui dois perfis diferentes: o *NACA* 4412 na ponta da asa e o *NACA* 4416 na raiz, sendo esse último um perfil mais espesso devido ao maior momento fletor na proximidade da fuselagem, em comparação à ponta da asa.

Tabela 2 – Parâmetros da Asa 2

Asa 2	
Perfil raiz	NACA 4416
Perfil ponta	NACA 4412
b [m]	4,572
c_r [m]	0,8212
c_t [m]	0,3285
AR	8,04
λ	0,4
Incidência [°]	0
Enflechamento [°]	0
Re	$4,32 \times 10^6$
Mach	0,12

Fonte: Autoria própria.

Figura 20 - Asa 2

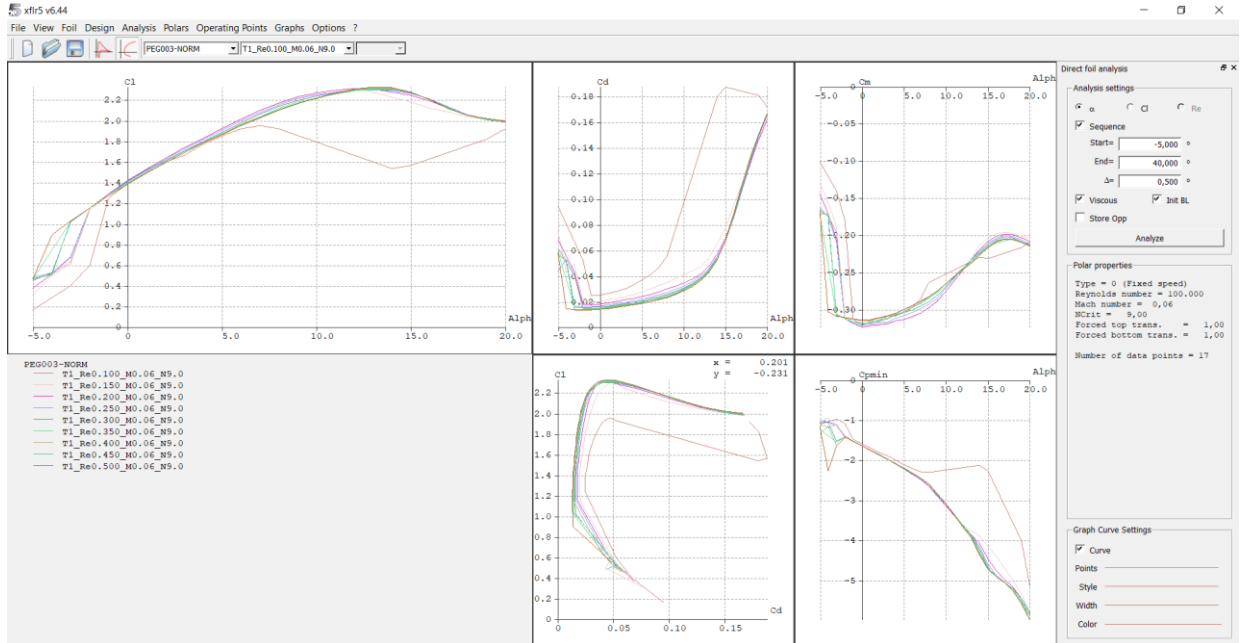


Fonte: Autoria própria.

Para aplicar o método de malha de vórtices, foi escolhido o *software* XFRL5, versão 6.44 (XFLR5, 2019), o mesmo é fornecido de maneira gratuita e é de fácil execução. As geometrias são as mesmas das asas 1 e 2 apresentadas no *LLT*.

No XFRL5 primeiramente deve-se simular os perfis que serão utilizados para então modelar a asa. Um grande ponto positivo da simulação pelo XFRL5 é a interface do programa que é bastante intuitiva e de fácil visualização pela interface gráfica do aplicativo.

Figura 21 – Interface do programa XFRL5



Fonte: Autoria própria.

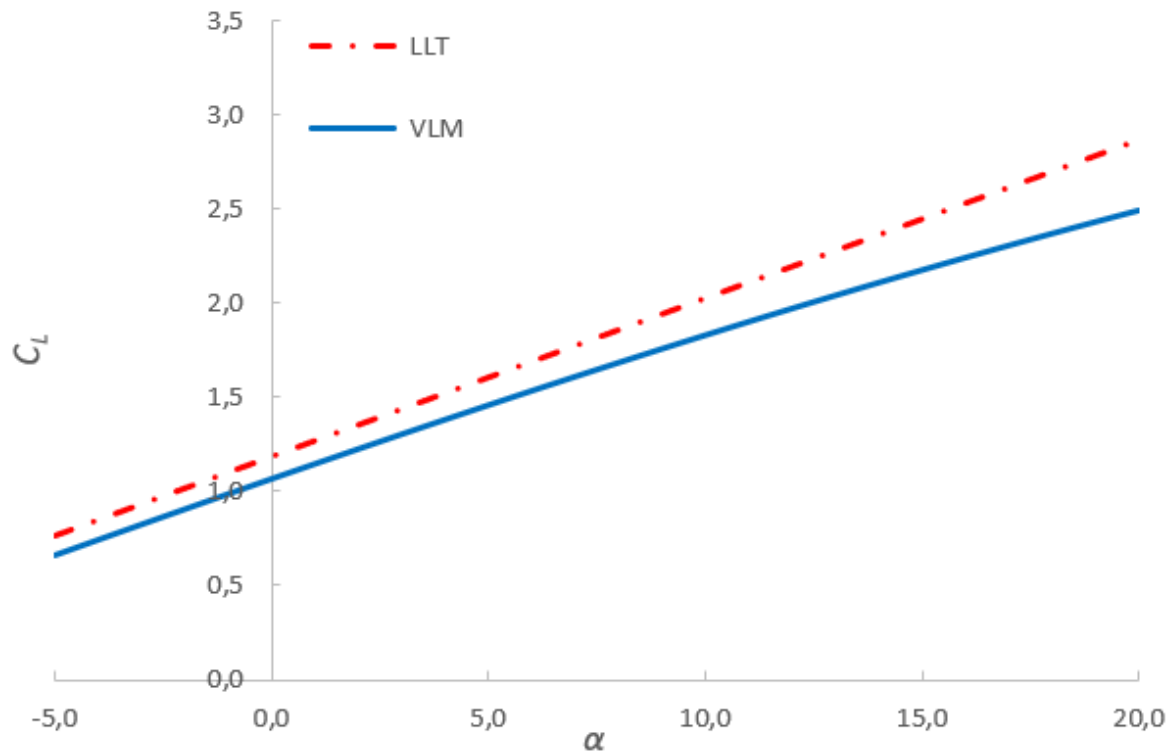
Após a simulação da asa, os resultados foram exportados para o Excel para obter todos os gráficos apresentados.

4 RESULTADOS

4.1 ASA 1 – ASA RETANGULAR

A primeira simulação foi do coeficiente de sustentação da Asa 1, pelos métodos já referidos, gerou-se um gráfico como mostrado na Figura 22.

Figura 22 – Coeficiente de sustentação em relação a α da Asa 1

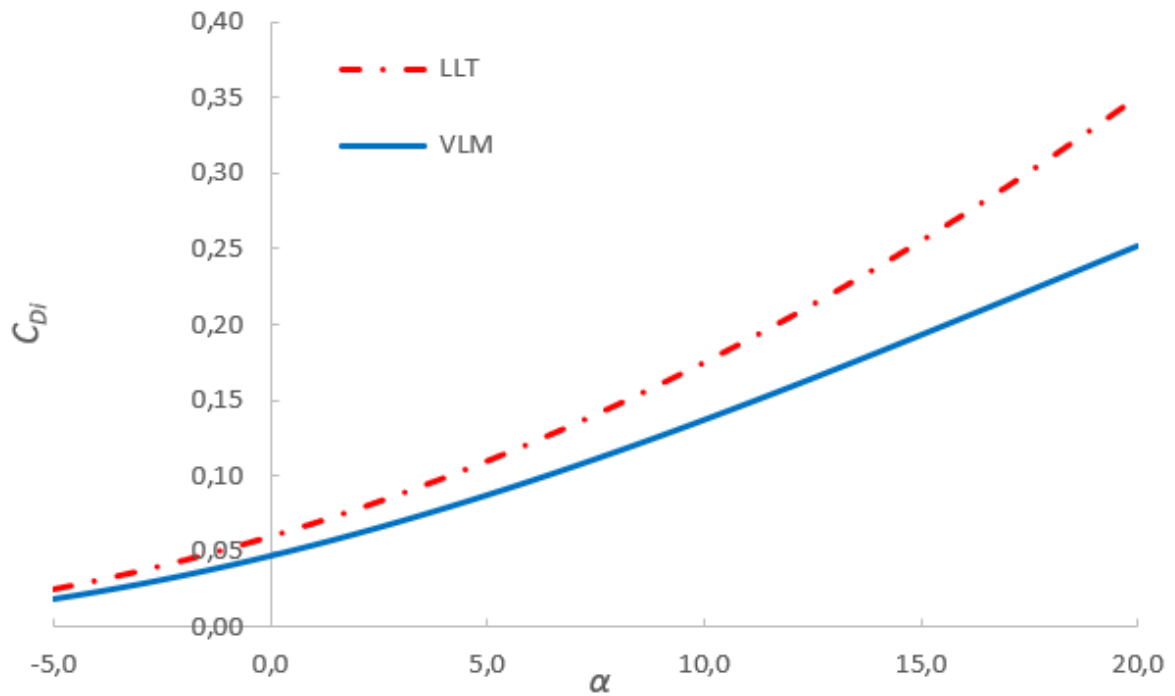


Fonte: Autoria própria.

Observa-se que os resultados são próximos. Todavia, ambos os métodos não predizem o momento de *stall* da asa, fator já previsto devido o escoamento ser invíscido.

O segundo resultado é do coeficiente de arrasto induzido também para a Asa 1.

Figura 23 – Coeficiente de arrasto induzido em relação a α da Asa 1



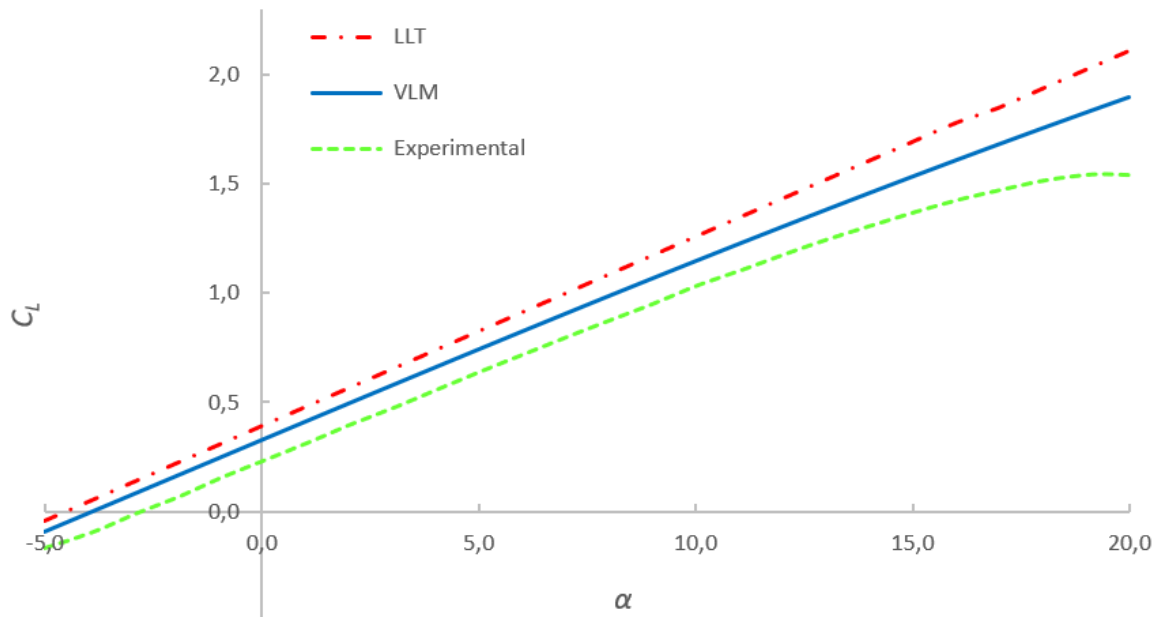
Fonte: Autoria própria.

Observa-se que inicialmente os dois resultados estão próximos, porém, ao aumentar o ângulo de ataque os resultados se distanciam.

4.2 ASA 2 – ASA TRAPEZOIDAL

Simulações para a Asa 2 foram realizadas de maneira análoga às primeiras simulações, no entanto, foi acrescentado o resultado obtido em testes experimentais em túnel de vento pela *NACA* como comparativo ao *LLT* e *VLM*.

Figura 24 – Coeficiente de sustentação em relação a α da Asa 02



Fonte: Autoria própria.

Tabela 3 – Média de erro do C_L do LLT e VLM em comparação aos resultados experimentais para Asa 2

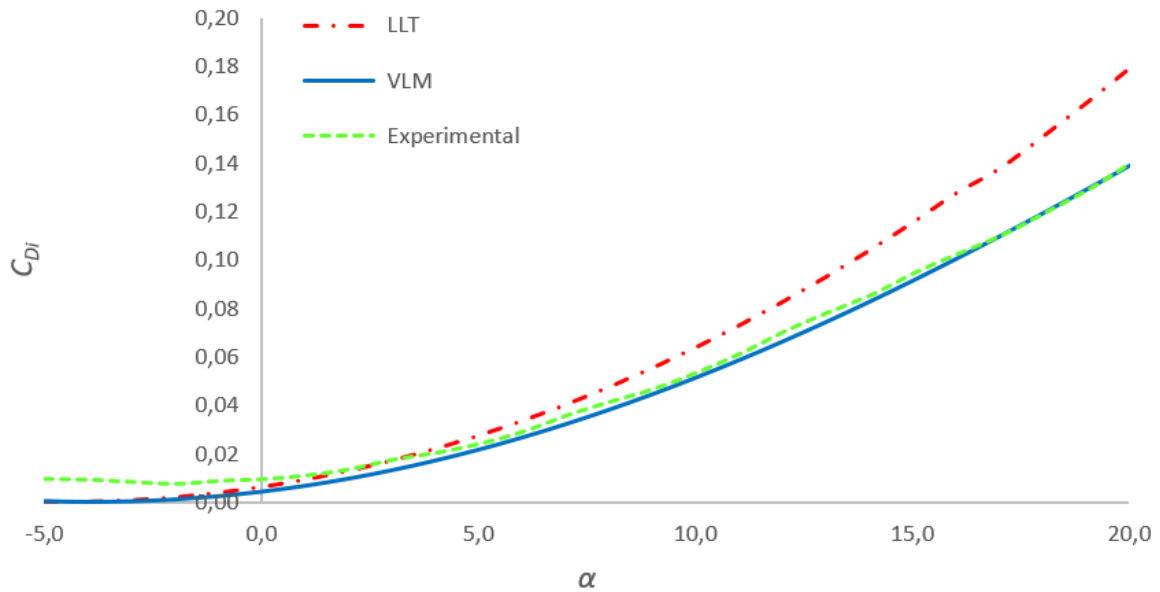
Alpha	Erro C_L LLT	Erro C_L VLM
-5° – 0°	-237,01	-148,63
1° – 5°	37,71	21,92
6° – 10°	23,83	12,53
11° – 15°	22,23	11,01
16° – 20°	29,36	16,84

Fonte: Autoria própria.

O método que possui a menor porcentagem de erros em comparação aos resultados da NACA é o VLM. Pode-se observar que o LLT superestima o valor do coeficiente de sustentação.

Da mesma forma que a Asa 1, foram realizadas as simulações para obter o coeficiente de arrasto induzido

Figura 25 – Coeficiente de arrasto induzido em relação a α da Asa 2



Fonte: Autoria própria.

Tabela 4 – Média de erro do C_{Di} do *LLT* e *VLM* em comparação aos resultados experimentais para Asa 2

Alpha	Erro C_{Di} <i>LLT</i>	Erro C_{Di} <i>VLM</i>
$-5^\circ - 0^\circ$	-76,74	-85,52
$1^\circ - 5^\circ$	-3,77	-26,70
$6^\circ - 10^\circ$	14,47	-8,31
$11^\circ - 15^\circ$	19,02	-4,94
$16^\circ - 20^\circ$	26,05	-0,81

Fonte: Autoria própria.

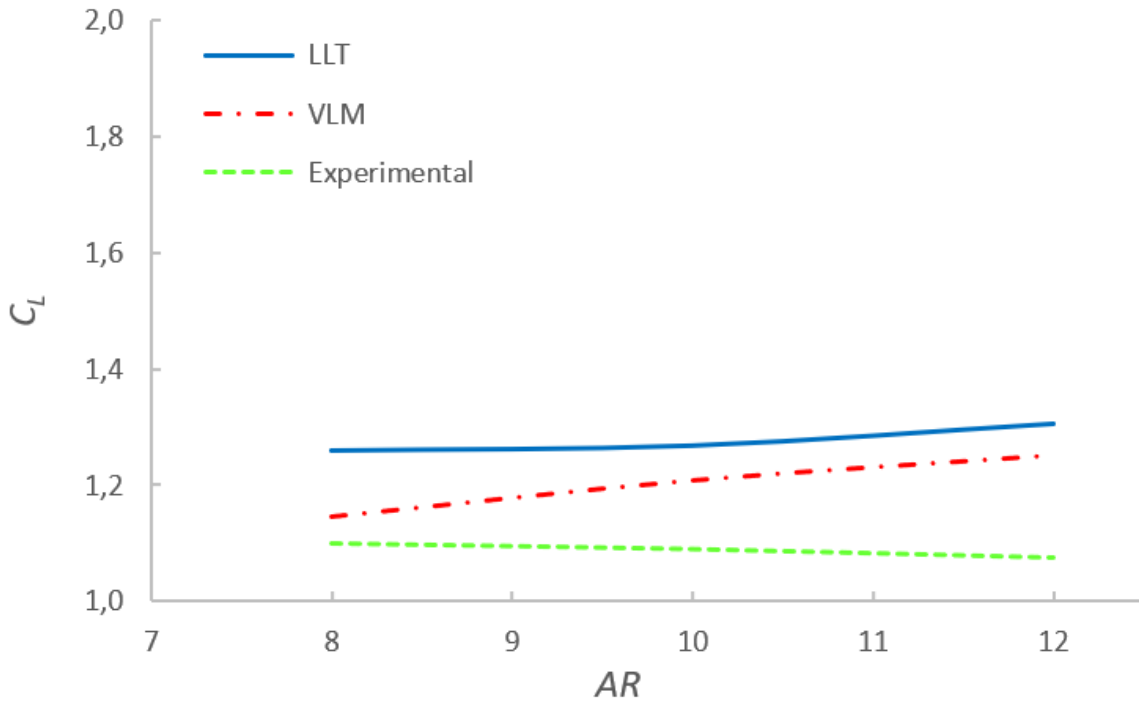
De -5° até 5° os resultados do *LLT* se aproximaram dos experimentais, no entanto, posteriormente os erros aumentaram. Os resultados do *VLM* em geral foram excelentes, com erros baixíssimo, mostrando superioridade em comparação ao *LLT*.

4.3 INFLUÊNCIA DO ALONGAMENTO E DO ÂNGULO DE ATAQUE

As simulações anteriores haviam um alongamento fixo de aproximadamente 8 nas duas asas, no entanto, não havia como verificar a interferência do aumento do *AR* em relação aos métodos numéricos estudados. Para analisar a influência do *AR* entre o *LLT* e o *VLM*, foram realizadas as simulações de novas asas. Estas que também estão no relatório técnico da *NACA* denominadas como: Asa 2.5-8-44,16 com $Re = 4,32 \times 10^6$, Asa 2.5-10-44,20 com $Re = 3,49 \times 10^6$ e Asa 2.5-12-44,24 com $Re = 2,87 \times 10^6$.

Em contrapartida das outras simulações, nestas fixou-se o afilamento de 0,4 e a envergadura correspondente à Asa 2, e então variou o AR em 8, 10 e 12. O ângulo de ataque também foi definido em 10° , este ângulo foi escolhido para analisar os métodos na zona linear da curva $C_L \times \alpha$. Para o coeficiente de sustentação, foram obtidos os resultados mostrados na Figura 26.

Figura 26 – Coeficiente de sustentação em relação ao AR com $\alpha = 10^\circ$



Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 – Erro do C_L do LLT e VLM em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 10^\circ$

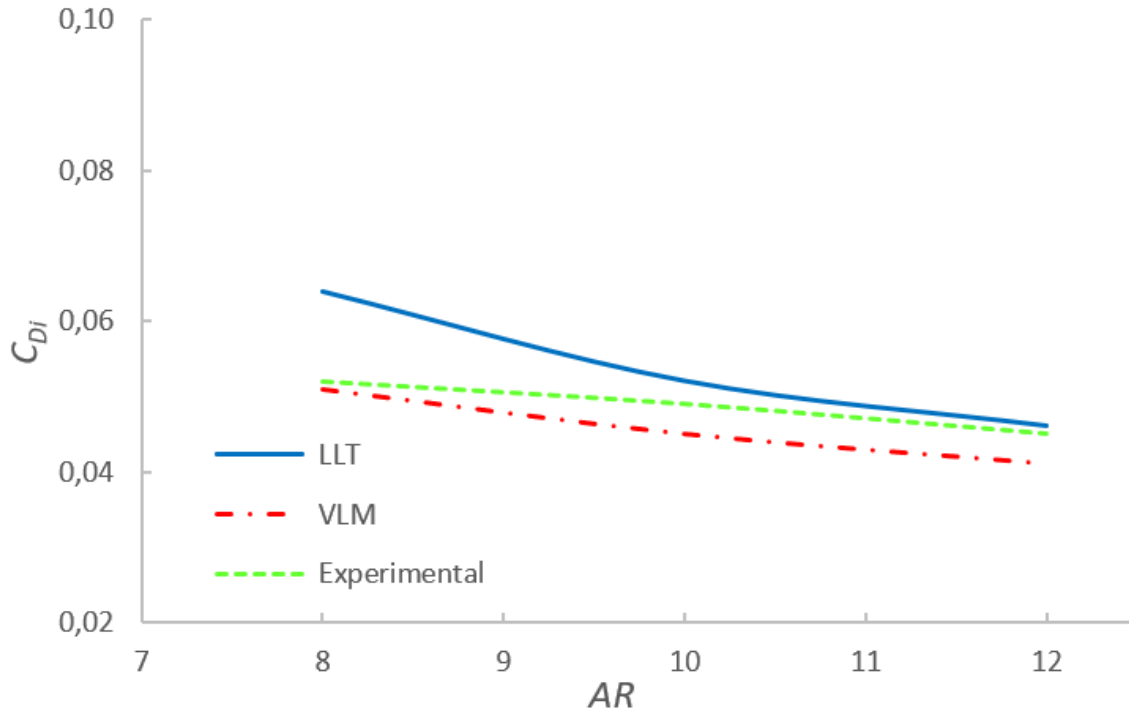
Alongamento	Erro C_L LLT	Erro C_L VLM
8	14,50	4,27
10	16,31	10,92
12	21,34	16,47

Fonte: Autoria própria.

Pode-se verificar que o VLM se aproxima dos valores obtidos pela $NACA$, no entanto, conforme aumenta o AR , os resultados vão se distanciando.

Utilizou-se as mesmas 3 asas para determinar o coeficiente de arrasto induzido, obtendo o seguinte gráfico:

Figura 27 – Coeficiente de arrasto induzido em relação ao AR com $\alpha = 10^\circ$



Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 – Erro do C_{Di} do *LLT* e *VLM* em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 10^\circ$

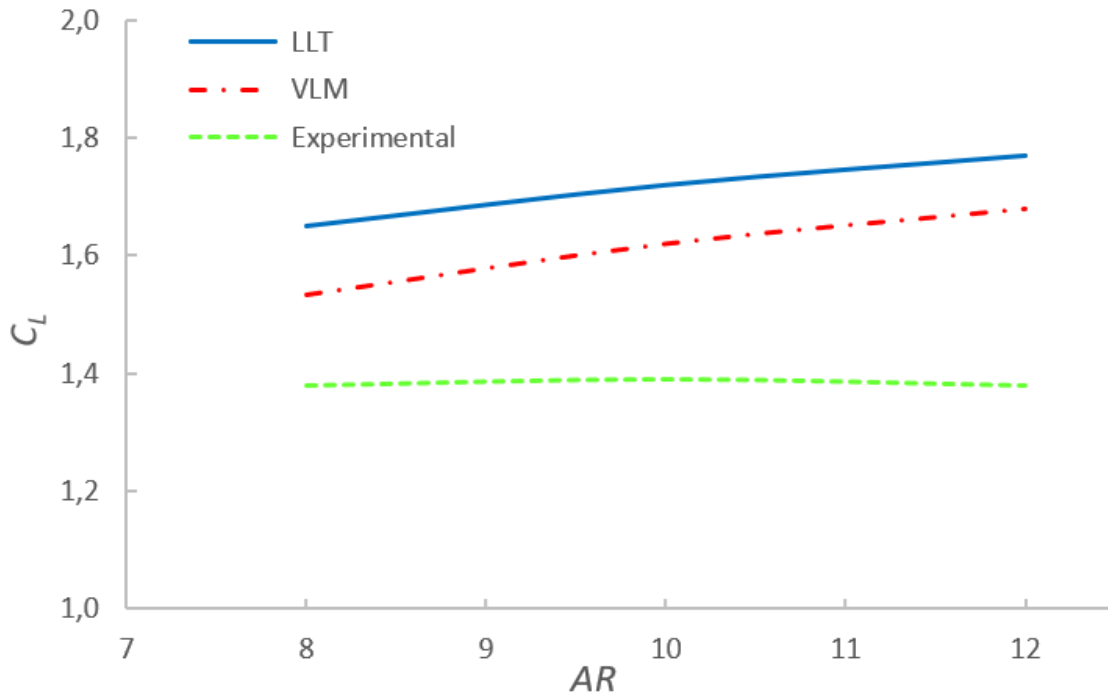
Alongamento	Erro C_{Di} <i>LLT</i>	Erro C_{Di} <i>VLM</i>
8	22,81	-1,92
10	6,20	-8,16
12	2,44	-8,89

Fonte: Autoria própria.

O *VLM* apresenta valores mais próximos aos resultados experimentais para o AR menor. Conforme o AR aumenta, os resultados *LLT* ficaram mais próximos ao da *NACA*.

De forma semelhante, foram realizadas as simulações das mesmas asas descritas anteriormente, porém, para um ângulo de ataque de 15° . Este ângulo foi escolhido para verificar a influência dos resultados com um ângulo mais próximo do *stall* da asa.

Figura 28 – Coeficiente de sustentação em relação ao AR com $\alpha = 15^\circ$



Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – Erro do C_L do LLT e VLM em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 15^\circ$

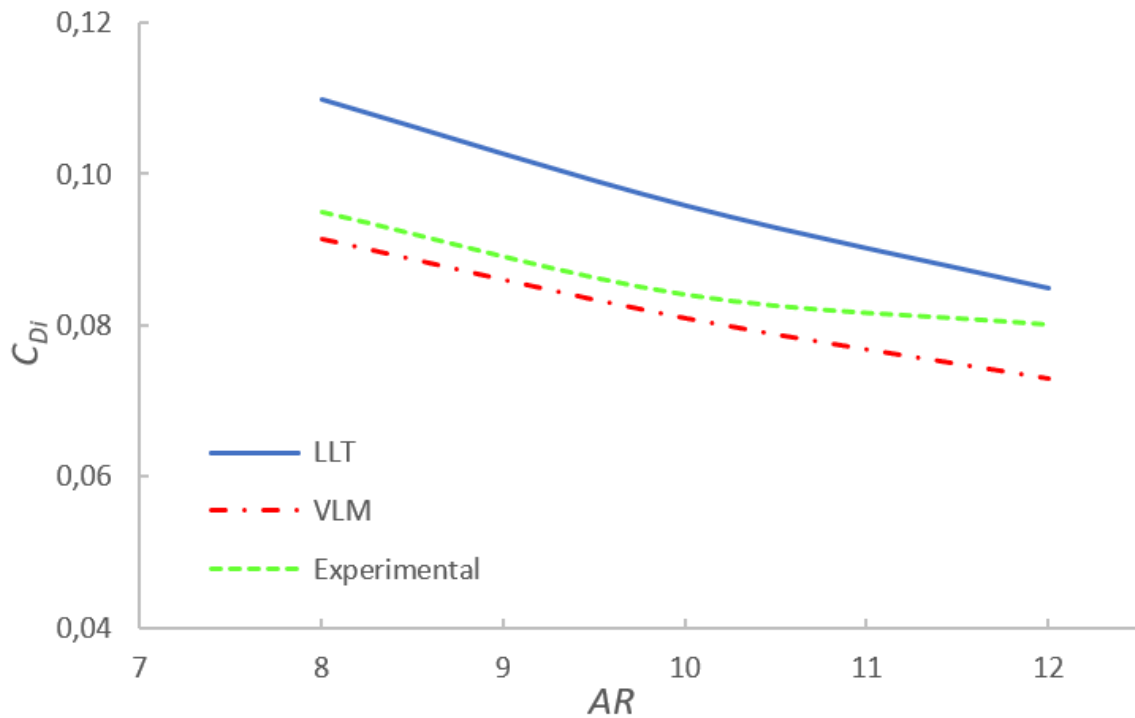
Alongamento	Erro C_L LLT	Erro C_L VLM
8	19,67	11,16
10	23,78	16,55
12	28,28	21,67

Fonte: Autoria própria.

Pode-se observar que para um ângulo maior, o LLT possui valores mais confiáveis, em comparação ao VLM , em relação aos valores reais. Conforme o AR aumenta, os resultados do VLM apresentaram menores erros.

Também foram realizadas as simulações para o C_{Di} , onde obteve-se os seguintes resultados:

Figura 29 – Coeficiente de arrasto induzido em relação ao AR com $\alpha = 15^\circ$



Fonte: Autoria própria.

Tabela 8 – Erro do C_{Di} do LLT e VLM em comparação aos resultados experimentais para vários alongamentos com $\alpha = 15^\circ$

Alongamento	Erro C_{Di} LLT	Erro C_{Di} VLM
8	15,71	-3,69
10	14,12	-3,57
12	6,13	-8,75

Fonte: Autoria própria.

Assim como no ângulo de 10° , o VLM apresentou bons resultados para um AR menor. Conforme o alongamento aumenta, os valores de LLT ficaram mais próximos em relação ao VLM .

5 CONCLUSÕES

Estudamos neste presente trabalho dois métodos numéricos, de forma comparativa, para a obtenção de coeficientes aerodinâmicos. Cada um dos métodos possui limitações e restrições que devem ser verificadas antes de ser feito o projeto. Após realizar as simulações, foi possível gerar gráficos para a comparação dos resultados. Como forma de obter uma maior fidedignidade dos resultados, além da comparação entre os métodos, foi conferido com um relatório técnico da *NACA*.

Foram calculadas as curvas C_L e C_{Di} em função de α para uma asa retangular, com $AR = 8$ e uma asa trapezoidal com $AR = 8,04$ e $\lambda = 0,4$, utilizando a teoria da linha sustentadora e o método da malha de vórtices. Para a segunda asa, trapezoidal, os resultados obtidos foram comparados com o relatório técnico experimental da *NACA* com um $Re = 4,32 \times 10^6$. Uma terceira análise foi realizada para a visualizar a influência do aumento do AR em $\alpha = 10^\circ$ e $\alpha = 15^\circ$, também comparados com os resultados experimentais.

Em relação à dificuldade das aplicações, os dois programas utilizados são de fácil utilização. Os mesmos podem ser encontrados de maneira gratuita e as simulações demoram poucos segundos para estarem finalizadas. O código do *LLT* ainda é mais rápido em comparação ao *XFLR5*, pois neste último deve ser inicialmente simulado o perfil para então ser possível modelar a asa. Em contrapartida, o *XFLR5* possui uma interface gráfica superior, sendo possível verificar a geometria e gráficos.

Ambos os métodos geraram resultados satisfatórios para o coeficiente de sustentação, no entanto, estatisticamente, o método *VLM* foi o que mais se aproximou dos resultados experimentais da *NACA*. Para alongamentos maiores, o *LLT* apresentou resultados com menores erros, mas ainda inferiores em relação ao *VLM*. Contudo, o coeficiente de sustentação geralmente é superestimado no *LLT*, o que é prejudicial em um projeto aerodinâmico. Uma grande limitação dos dois métodos no modo não viscoso é que ambos não predizem o momento de *stall* da asa, desta forma, é necessário estimar o *stall* isoladamente.

Para o coeficiente de arrasto induzido, o *VLM* obteve resultados com concordância total nas simulações, encontrando-se muito próximos dos obtidos na *NACA*. O *LLT* apresentou bons resultados em relação ao *VLM* com o aumento do AR , assim como para maiores ângulos de ataque.

REFERÊNCIAS

AEROFLAP. **Tipos de asa e sua aerodinâmica**: Diedro. 2015. Disponível em: <https://www.aeroflap.com.br/_tiposdesasa_diedro/>. Acesso em: 10 maio 2019.

AEROSPACEWEB. **Horatio Phillips & Multiplanes**. Disponível em: <<http://www.aerospaceweb.org/question/history/q0232.shtml>>. Acesso em: 10 maio 2019.

ANDERSON, John David. **Fundamentals of aerodynamics**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2010. 1106 p.

AVIADOR, Guia do. **Forças que atuam em um avião**. 2017. Disponível em: <<https://guiadoaviador.wordpress.com/2017/03/29/forcas-que-atuam-em-um-avi/>>. Acesso em: 20 jun. 2019.

BREDERODE, Vasco de. **Aerodinâmica Incompressível**: Fundamentos. Lisboa: IST Press, 2014. 752 p

CTIE - The Centre For Telecommunications and Information Engineering. **Sir George Cayley Bt. (1773 - 1857): The Pioneers**: An antology. Disponível em: <<http://www.ctie.monash.edu.au/hargrave/cayley.html>>. Acesso em: 10 maio 2019.

CUMMINGS; MASON; MORTON. **Applied Computational Aerodynamics**: A Modern Engineering Approach. Cambridge: Cambridge University Press, 2015.

FALKNER, V. M. **The solution of lifting plane problems by vortex lattice theory**. R & M 2591, 1947.

HERITAGE, American. **Dictionary of the English Language**. 5. ed. Boston: Houghton Mifflin Harcourt, 2014.

IFC MARKETS. **Valor e Cotação do Petróleo WTI**. Disponível em: <<https://www.ifcmarkets.com.br/market-data/commodities-prices/oil>>. Acesso em: 20 jun. 2019.

IMF – International Monetary Fund. **On the Edge**: How oil markets will adjust to high prices is unclear. Disponível em: <<https://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/2013/09/Helbling.htm>>. Acesso em: 20 jun. 2019.

KIMURA, Hudson Faglioni. **Análise Aerodinâmica de Asas por Meio de Modelos de Linha Sustentadora**. 2011. 63 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Aeronáutica, Programa de Pós-graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, São José dos Campos-SP, 2011.

MASON, W.H.. **Software for Aerodynamics and Aircraft Design**. Virginia Tech. Disponível em: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~mason/Mason_f/MRsoft.html>. Acesso em: 10 maio 2019.

MASQUELIER, Marc L.. **The Vortex-Lattice Method to Propeller Performance Analysis**. 1982. 115 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Aeronáutica, Air Force Institute of Technology, Dayton, 1982. Cap. 7.

NACA - National Advisory Committee for Aeronautics. **Experimental and Calculated Characteristics of Several NACA 44-Series Wings with Aspect Ratios of 8, 10, And 12 And Taper Ratios Of 2.5 And 3.5**: Technical note N°1270. Washington: Langley Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, Va., 1947. 50 p.

NETTO, Augusto Dufloth. **Análise da Influência do Sopro Gerado Pela Hélice na Interação com uma Asa Finita Através da Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl**. 2010. 75f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Aeronáutica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

PINZÓN, Santiago. **Introducción a la teoría VLM (Vortex Lattice Theory)**. Ciencia y Poder Aéreo: Revista Científica de la Escuela de Postgrados de la Fuerza Aérea Colombiana, Colombia, v. 10, n. 1, p.39-48, 30 set. 2015.

RODRIGUES, Luiz Eduardo Miranda José. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign**. São Paulo: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2011.

XFLR5. **General Description**. Disponível em: <<http://www.xflr5.com/xflr5.htm>>. Acesso em: 10 maio 2019.

XIII SEMANA DE ENGENHARIA AERONÁUTICA DA EESC-USP, 2016, São Carlos. **Aerodinâmica 3D: Comparação de resultados em CFD com outros métodos**. São Carlos: Anais, 2016. 6 p.